Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2

LS 2019-20

Písemka číslo 5, 23. 7. 2020

Teoretická část

---

1. Napište definici *absolutně konvergentní řady*.

(10 bodů)

2. Napište *limitní srovnávací kritérium* (Věta 7.4) a dokažte ho.

(10 + 15 bodů)

3. Napište větu o *funkci horní meze* (Věta 9.13) a dokažte ji.

(10 + 15 bodů)

Početní část

---

1. Napište Taylorův polynom $T_3^{f,0}$, kde

$$f(x) = \sqrt[3]{1 + \log(1 + x)} - \sqrt[3]{1 + \sin x}$$

a spočtěte limitu

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2}.$$

(20 bodů)

2. Určete, zda následující řada konverguje.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + (-1)^n 2^n}{n^2 + 3^n}$$

(20 bodů)

3. Nalezněte maximální řešení diferenciální rovnice

$$y' = (y \log y) \cdot \sin x$$

splňující podmínku $y(\pi/2) = e$. (20 bodů)

Výsledky úloh

1. $T_3^{f,0}(x) = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{18}x^3; \qquad -\frac{1}{6}$

2. Řada konverguje.

3. $y(x) = \exp\big(\exp(-\cos x)\big),\ x \in \mathbb{R}.$