

Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2

LS 2014-15, 25. 6. 2015, verze F

1. Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin(x)) - \cos(\arcsin(x))}{x^4}.$$

(15 bodů)

2. Spočtěte primitivní funkci

$$\int \sqrt{5x - 6 - x^2} dx.$$

(15 bodů)

3. Označme

$$f(x) = \frac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arccotg} x}, \quad x \in (0, \infty).$$

Vyšetřete konvergenci integrálů $\int_0^1 f(x) dx$ a $\int_1^\infty f(x) dx$.

(15 bodů)

4. Necht' $F = (F_1, F_2): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ je zobrazení definované předpisem

$$F(x, y, z) = (x^2y + y + xz^2, (z + 1)e^{xy}).$$

Zobrazení $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ má v bodě $(0, 1)$ derivaci reprezentovanou maticí

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Ukažte, že v bodě $(0, 0, 0)$ existuje derivace zobrazení $G \circ F$ a spočtěte její reprezentující matici.

(b) Spočtěte derivaci funkce F_1 v bodě $(0, 0, 0)$ podle vektoru $(1, -1, 1)$.

(15 bodů)